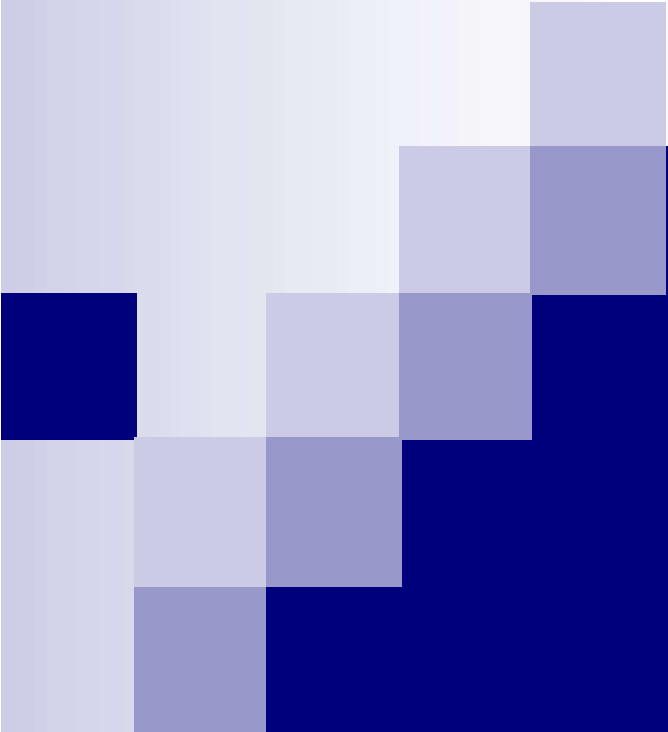


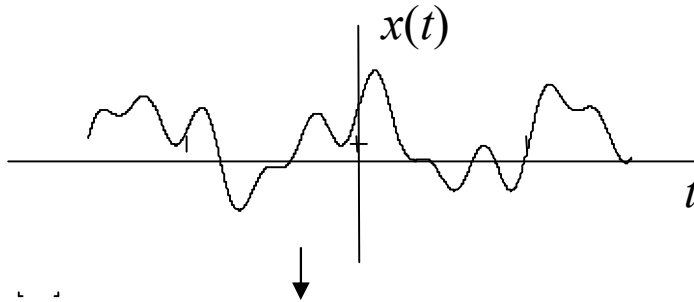


Хабарламалардың, сигналдардың және шуылдардың математикалық модельдері

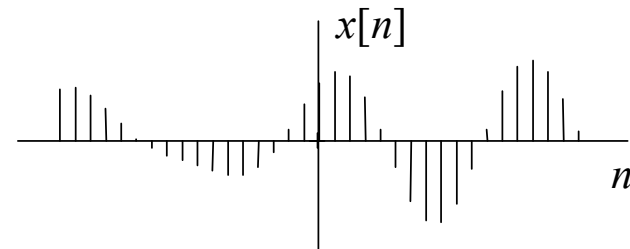
Дәріс 2

ТӘУЕЛСІЗ АЙНЫМАЛЫСЫ ТҮРІ БОЙЫНША СИГНАЛДАРДЫҢ ЖІКТЕЛУІ

аналогты(континуалды)
(уақыт үздіксіз)

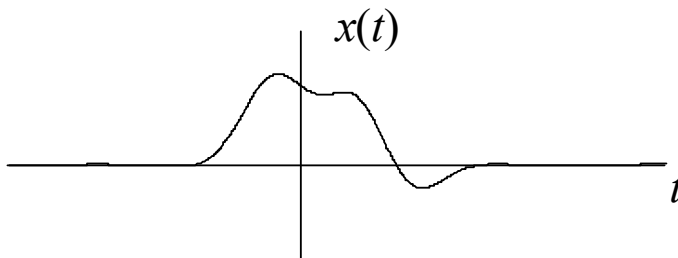


дискретті
(уақыт дискретті)

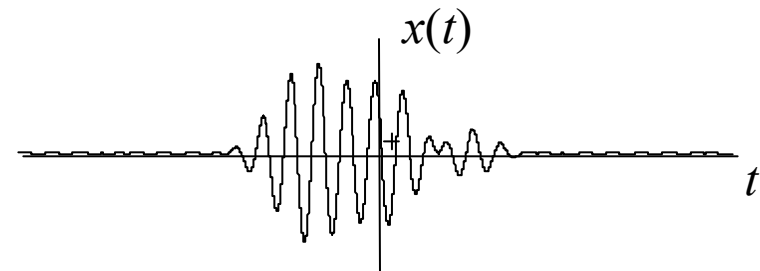


импульс
(аналогты сигнал)

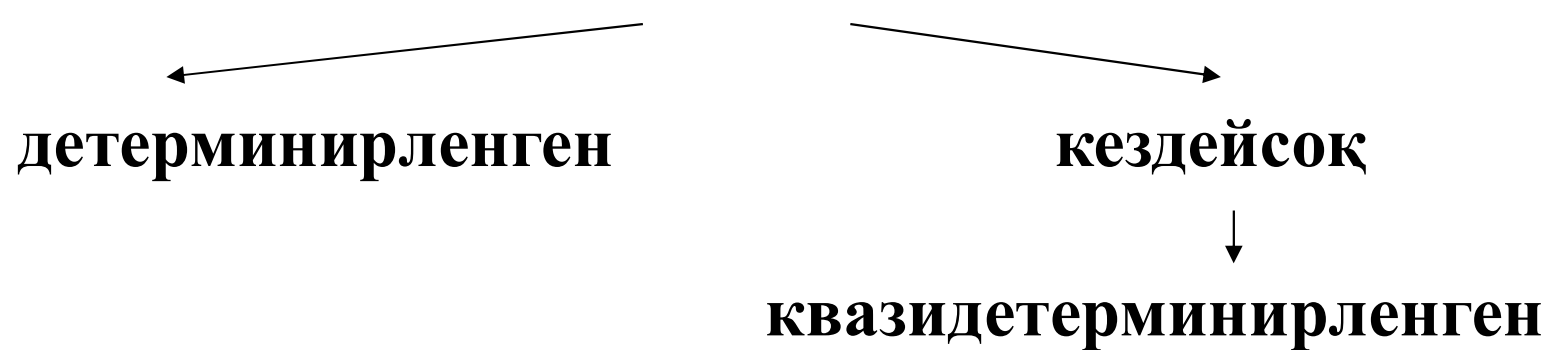
видеоимпульстер
(таңбасын бір ғана рет өзгертеді)



радиоимпульстер
(таңбасын көп рет өзгертеді)



СИГНАЛДАРДЫҢ КӨРІНІСІ СИПАТТАРЫ БОЙЫНША ЖІКТЕЛУІ



детерминирленген

кездейсоқ

↓
квазидетерминирленген

ШУЫЛДАР

```
graph TD; A[ШУЫЛДАР] --> B[Табиғи  
(мысалы, найзағай)]; A --> C[Әдейі (жасанды)]; B --> D[Шуылды  
(флуктуациялық),  
мысалы., жылулық шуыл]; B --> E[Активті]; C --> F[Импульсті  
мыс., құрылғылар]; C --> G[Пассивті];
```

Табиғи
(мысалы, найзағай)

Әдейі (жасанды)

Шуылды
(флуктуациялық),
мысалы., жылулық шуыл

Импульсті
мыс., құрылғылар

Активті

Пассивті

СИГНАЛМЕН ӨЗАРА ӘСЕРЕТІН ӘДІСІ БОЙЫНША КЕДЕРГІЛЕРДІҢ, ШУЫЛДАРДЫҢ ЖІКТЕУІ

- ☐ *аддитивті* ,
- ☐ *мультипликативті*
- ☐ *аралас* .

Байланыс каналдары және жүйелері

Байланыс жүйелері

ТГ (телеграфты)

ТФ (телефония)

ФТГ (фототелеграфия)

ТВ (теледидарлы)

ТМ (телеметрия)

ТУ (телебасқару)

ПД (мәліметтерді жіберу)

ЗиВ (жазу және орындау)

Сигнал классификациясы

Детерминистик сигнал деп уақыттың өзгеруі кезінде күйі толығымен алдын-ала белгіленген сигналды айтамыз. Периодты сигнал үшін

$$S(t_i + k \cdot T) = S(t_i), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$S(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad \omega = 2\pi f \quad f = 1/T \quad \varphi_0 = \frac{2\pi\tau_u}{T}$$

Кездейсоқ (немесе қайталанбайтын) сигнал деп уақыт бойынша өзгерісін дәл болжауға болмайтын сигналды айтамыз.

Сигнал модельдері

Жалпы алғанда, модель деп қандай да бір мағынада басқа объектіні алмастыратын қандай да бір объект (нақты немесе ойдан шығарылған) түсініледі.

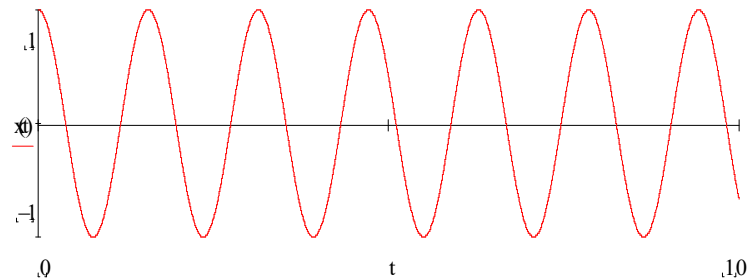
Біз үшін бұл басқа нысан физикалық процесс ретінде сигналды білдіреді.

Теориялық қарастыру (экспериментке қарағанда) әрқашан үлгілерді пайдалануды қамтиды.

Мысалы, өрнек $A \cos(2\pi ft + \varphi)$

сигналдың (тербелістің) моделі болып табылады.

Сол сигналдың тағы бір моделі – график



Қарапайым аналогтық сигналдардың модельдері

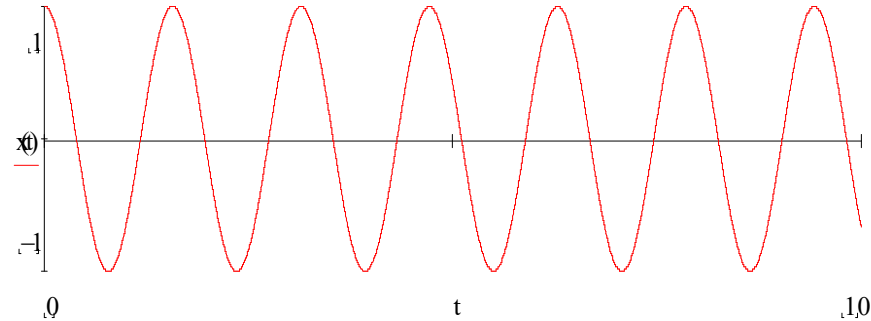
Гармоникалық тербеліс

$$A \cos(2\pi ft + \varphi)$$

мұнда A - амплитуда,

f - циклдық жиілік,

φ - бастапқы фаза.



Косинустың орнына синусын қолдануға болады. Сонымен қатар, көп жағдайда күрделі гармоникалық тербеліс қарастырылады

$$A \exp[j(2\pi ft + \varphi)] = A e^{j(2\pi ft + \varphi)}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Гармоникалық тербелістердің байланысы

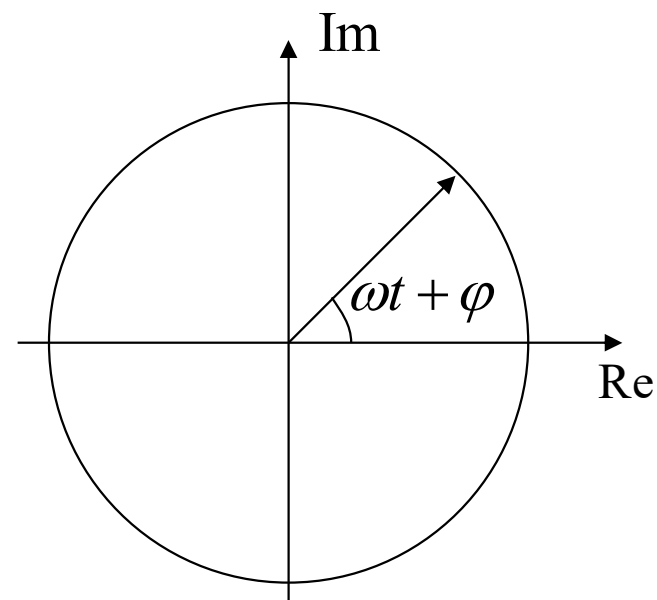
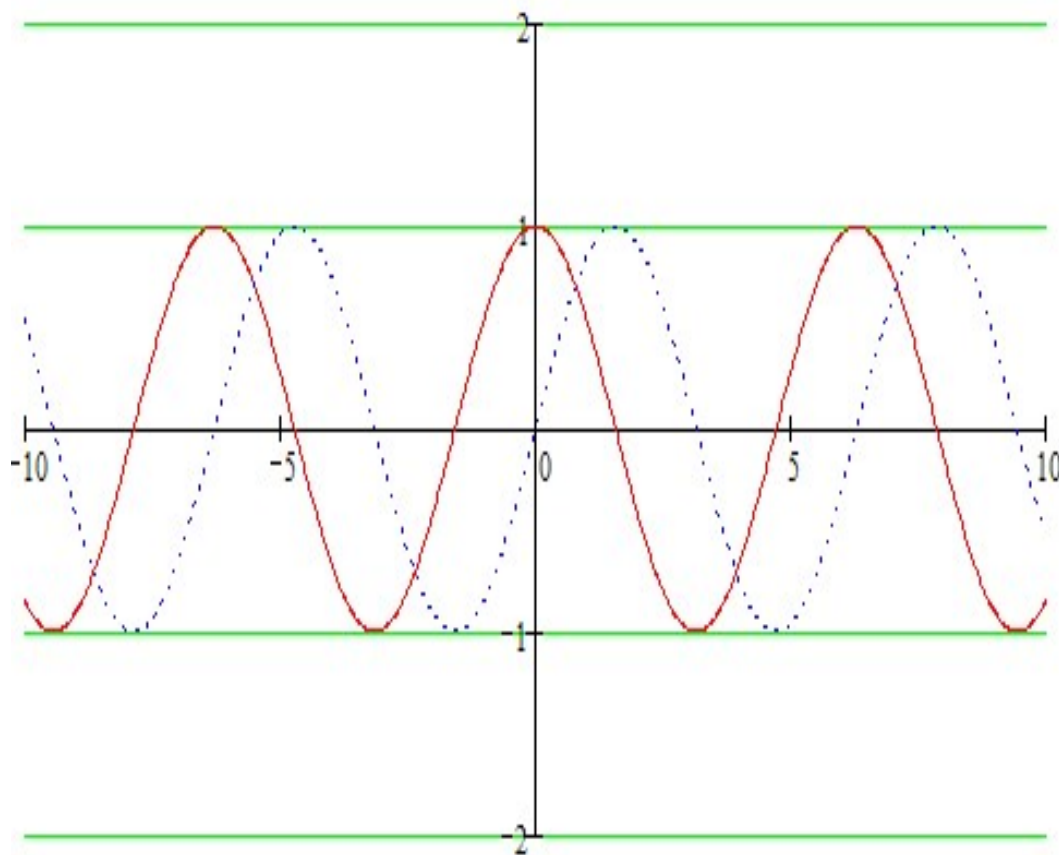
Эйлер формуласын сәйкес

$$A \sin(2\pi ft + \varphi) = \operatorname{Im} \left\{ A e^{j(2\pi ft + \varphi)} \right\}$$

$$A \cos(2\pi ft + \varphi) = \operatorname{Re} \left\{ A e^{j(2\pi ft + \varphi)} \right\}$$

$$A \exp[j(2\pi ft + \varphi)] = A \cos(2\pi ft + \varphi) + \\ + jA \sin(2\pi ft + \varphi)$$

Гармоникалық тербелістердің нақты және жорамал бөліктері



$$\omega = 2\pi f$$

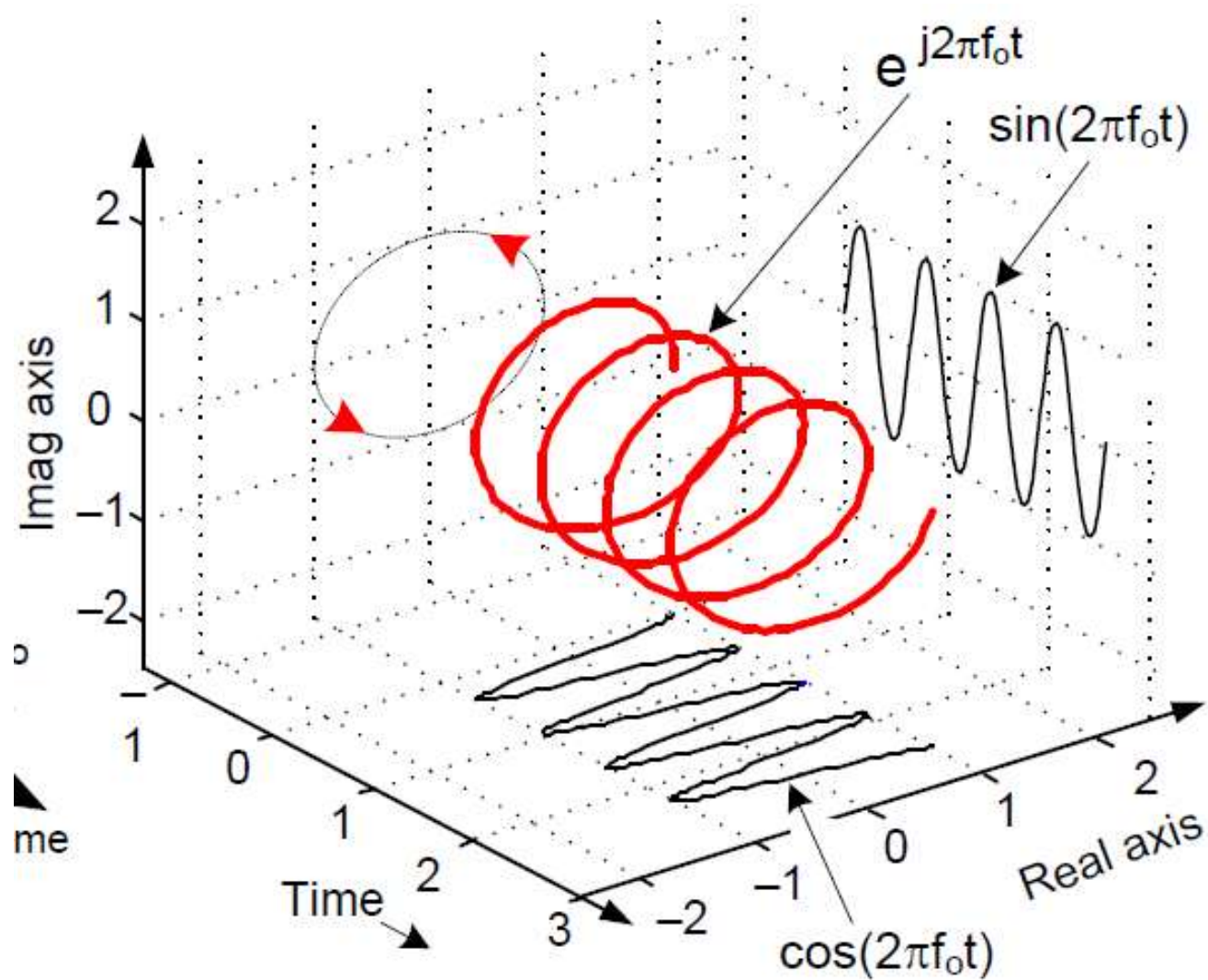
омéга

циклдік жиілік

$$\omega t + \varphi$$

- толық фаза

Комплексті гармоникалық тербелістің үшөлшемді графигі



Периодты сигналдар

T кезінде

$$x(t) = x(t + T) \quad \text{периодты сигнал болады}$$

$$A \sin(2\pi ft + \varphi) = \text{Im} \left\{ A e^{j(2\pi ft + \varphi)} \right\}$$

$$A \cos(2\pi ft + \varphi) = \text{Re} \left\{ A e^{j(2\pi ft + \varphi)} \right\}$$

$$A \exp[j(2\pi ft + \varphi)] = A \cos(2\pi ft + \varphi) + jA \sin(2\pi ft + \varphi)$$

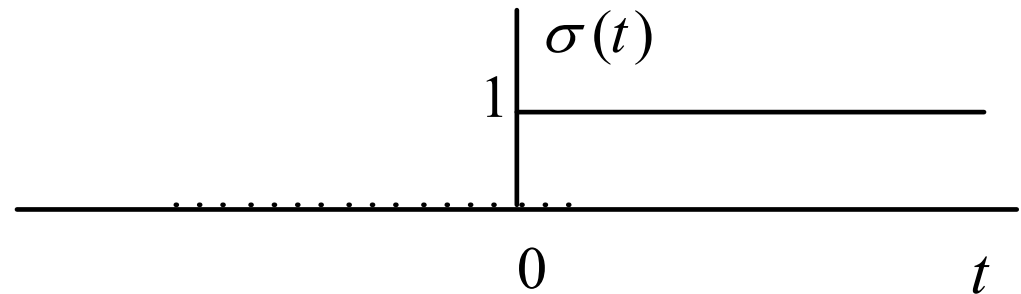
Егер t қосса $k \cdot \frac{1}{f}$

функция мәні өзгермейді

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{период}$$

Хэвисайд қосылу функциясы

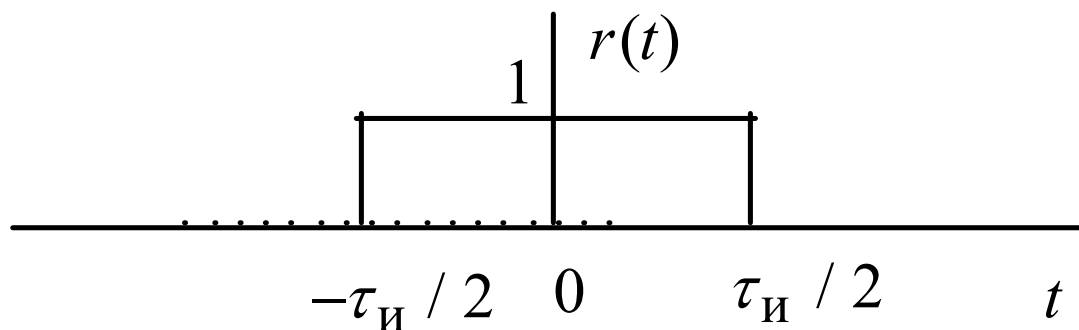
$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & \text{кезінде } t > 0, \\ 0.5 & \text{кезінде } t = 0, \\ 0 & \text{кезінде } t < 0. \end{cases}$$



Oliver Heaviside, 1850-1925

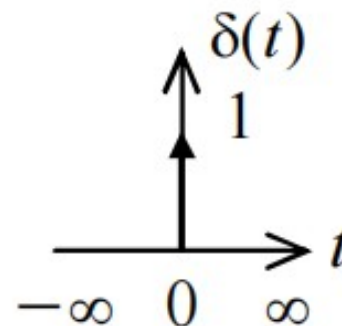
Тікбұрышты импульс

$$r(t) = \sigma(t + \tau_{\text{И}} / 2) - \sigma(t - \tau_{\text{И}} / 2)$$



Дирак Дельта-функциясы

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases}$$



Қасиеттері деген сұрақ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1;$$

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0);$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - t_0) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t - t_0) dt = x(t_0);$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t); \quad 5) \quad \dot{S}_{\delta}(f) = 1, \quad \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\pm j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) df.$$

Дирак Дельта-функциясы

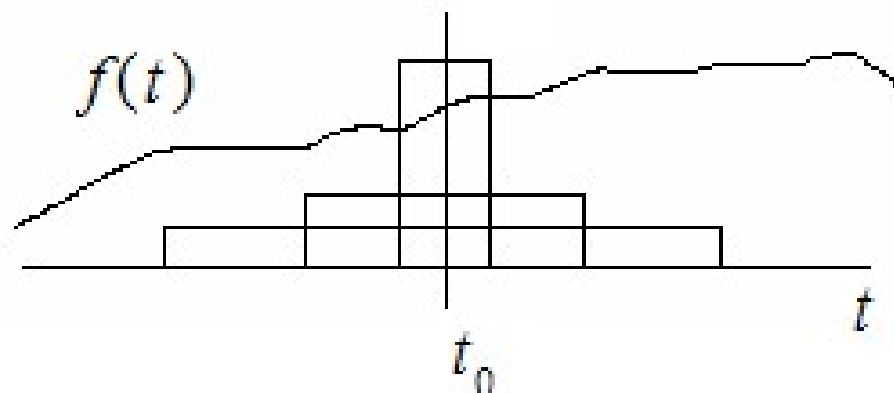
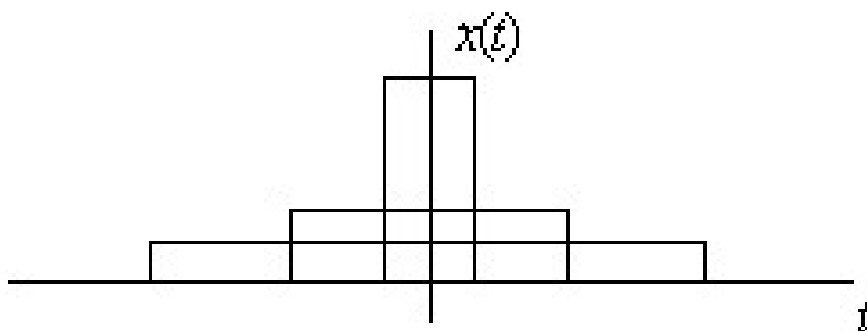
$$f(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt$$

дельта функциясының (сүзгілеу) қасиеті



Paul Adrien
Maurice **Dirac**
(1902-1984)

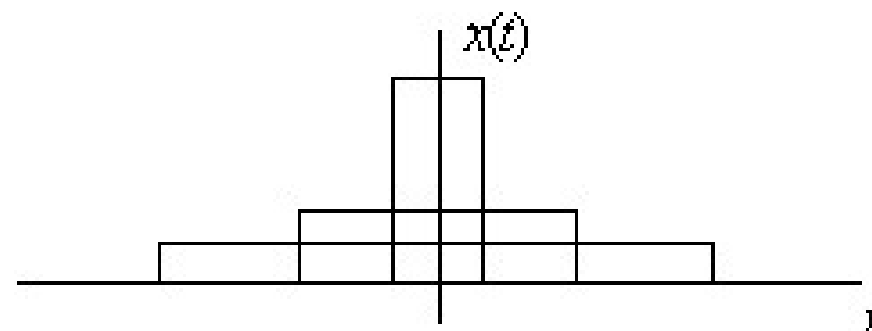
$$f(t_0) = \lim_{\tau_{\text{И}} \rightarrow 0} \frac{1}{\tau_{\text{И}}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) r(t - t_0) dt$$



Хэвисайд функциясы мен Дирак дельта функциясы арасындағы байланыс

Ол анық

$$\int_{-\infty}^t \delta(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{кезінде } t < 0, \\ 0.5 & \text{кезінде } t = 0, \\ 1 & \text{кезінде } t > 0. \end{cases}$$



Демек, бұл мынадай

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt \quad \text{и} \quad \delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

және дельта функциясын үзіліссіз (қадамдық) функцияларды ажырату үшін ресми түрде қолдануға болады

Сигналдардың динамикалық көрінісі

сүзгілеу қасиетінің өрнегі

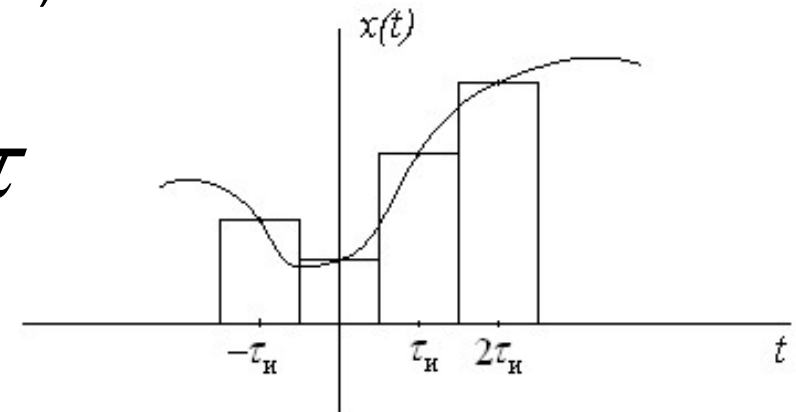
$$x(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt$$

(дельта функциясының қасиетін ескере отырып).

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

және шек ретінде түсінеді

$$x(t) = \lim_{\tau_{\text{И}} \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot \tau_{\text{И}}) \cdot \frac{r(t - n \cdot \tau_{\text{И}})}{\tau_{\text{И}}} \cdot \tau_{\text{И}}$$

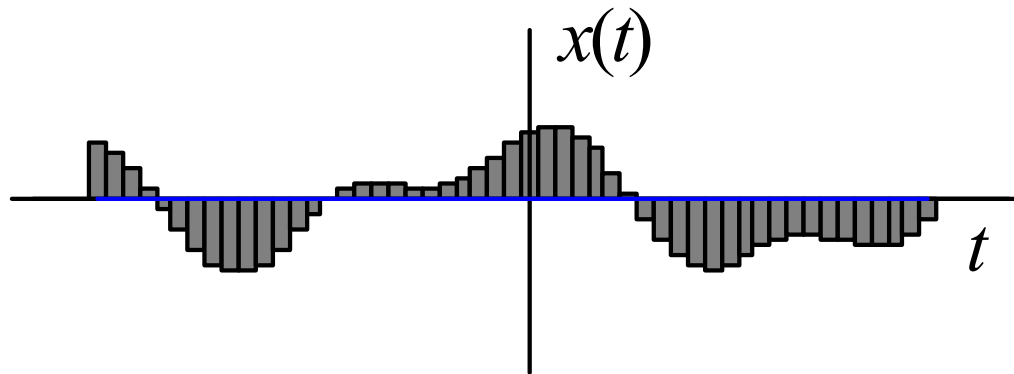


Сигналдардың динамикалық көрінісі

Бұл өрнек

$$x(t) = \lim_{\tau_{\text{И}} \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot \tau_{\text{И}}) \cdot \frac{r(t - n \cdot \tau_{\text{И}})}{\tau_{\text{И}}} \cdot \tau_{\text{И}}$$

шекті жағдайда мына графикке ұқсас болады



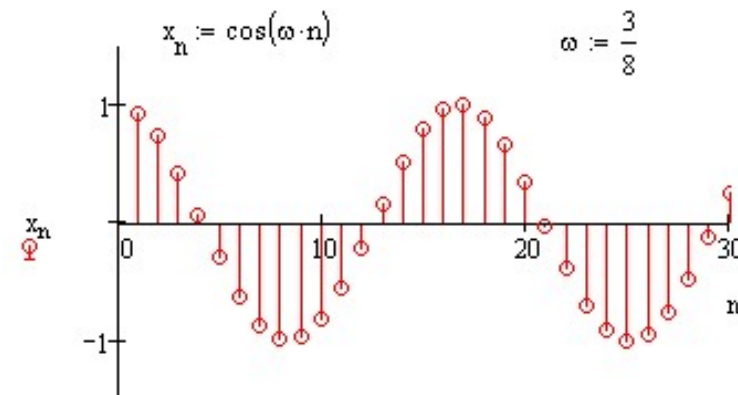
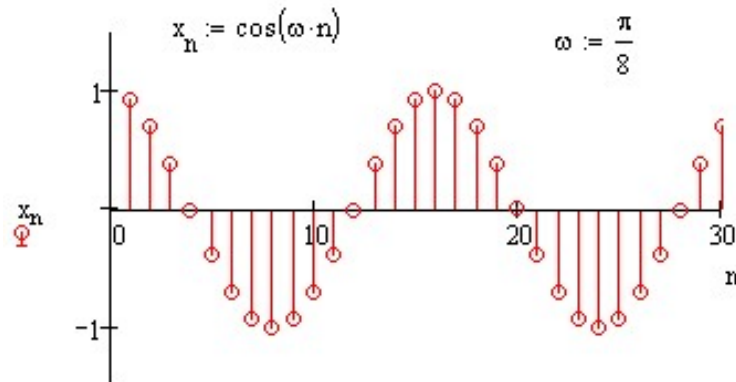
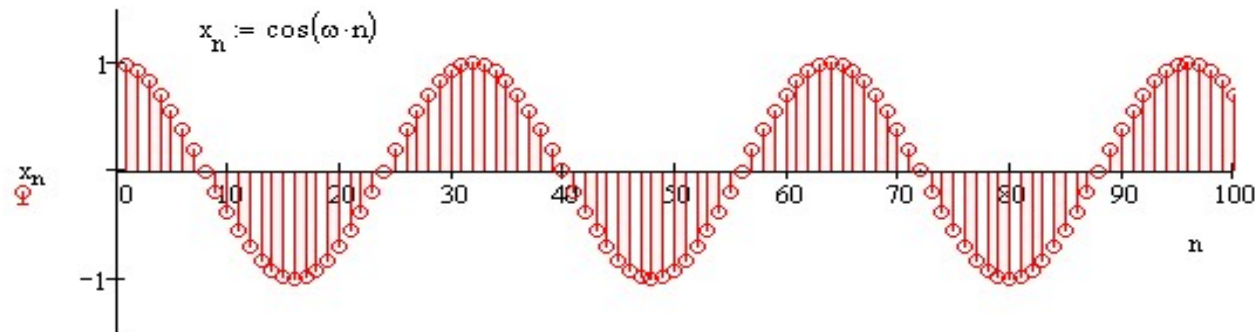
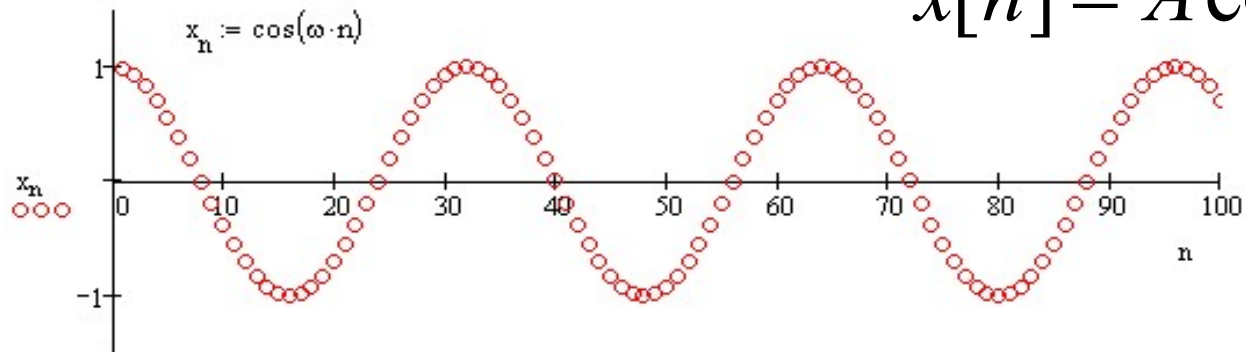
демек, динамикалық көрініс әртүрлі «амплитудалық» факторларға көбейтілген «дельта импульстерінің» «тығыз» қосындысы болып табылады.

Ең қарапайым дискретті сигналдардың модельдері

Гармоникалық қатарлар

$$x[n] = A \cos(\omega n + \varphi)$$

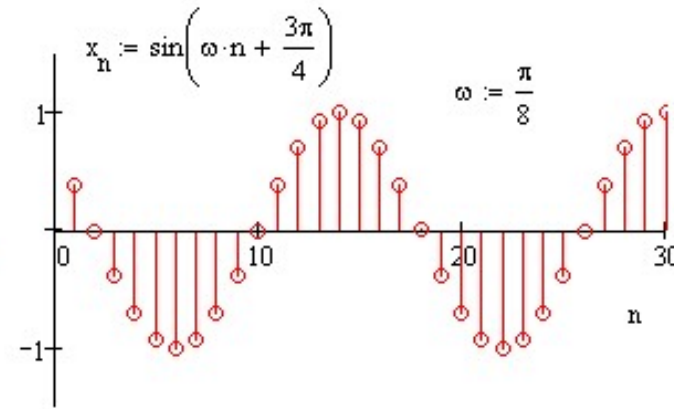
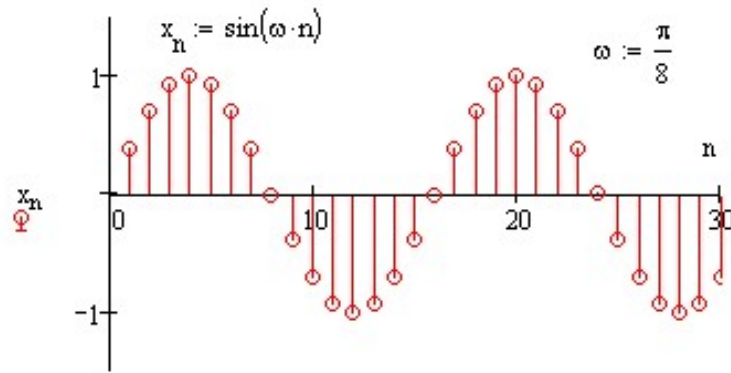
$$\varphi = 0$$



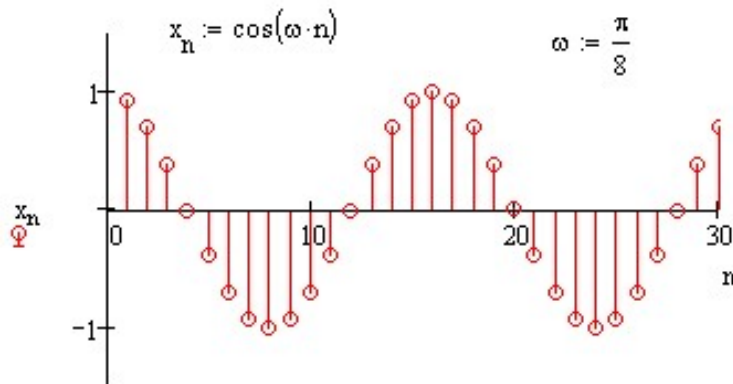
Ең қарапайым дискретті сигналдардың модельдері

Гармоникалық қатарлар

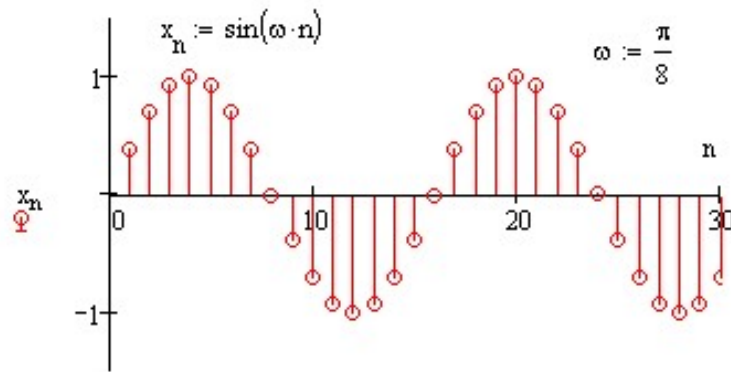
$$x[n] = A \sin(\omega n + \varphi)$$



$$x[n] = A \exp[j(\omega n + \varphi)]$$



нақты бөлігі

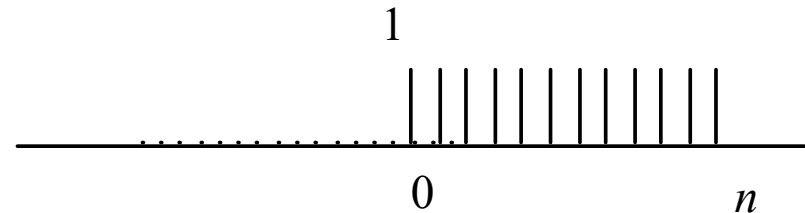


жорамал бөлігі

Ең қарапайым дискретті сигналдардың модельдері

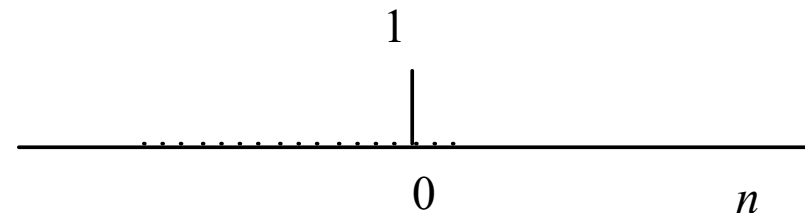
қадам тізбегі

$$u[n] = \begin{cases} 1 & \text{кезінде } n \geq 0, \\ 0 & \text{кезінде } n < 0. \end{cases}$$



Дельта тізбегі (бір реттілік, «бірлік импульс»)

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases}$$



олардың байланысы:

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

Ең қарапайым дискретті сигналдардың модельдері

Нақты қатынастар

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k] \quad \text{және} \quad \delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

Хэвисайд және Дирак функцияларының өрнектеріне сәйкес келеді

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt \quad \text{и} \quad \delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

Дискретті сигналдарды жылжымалы дельта тізбегінің қосындысы ретінде көрсету

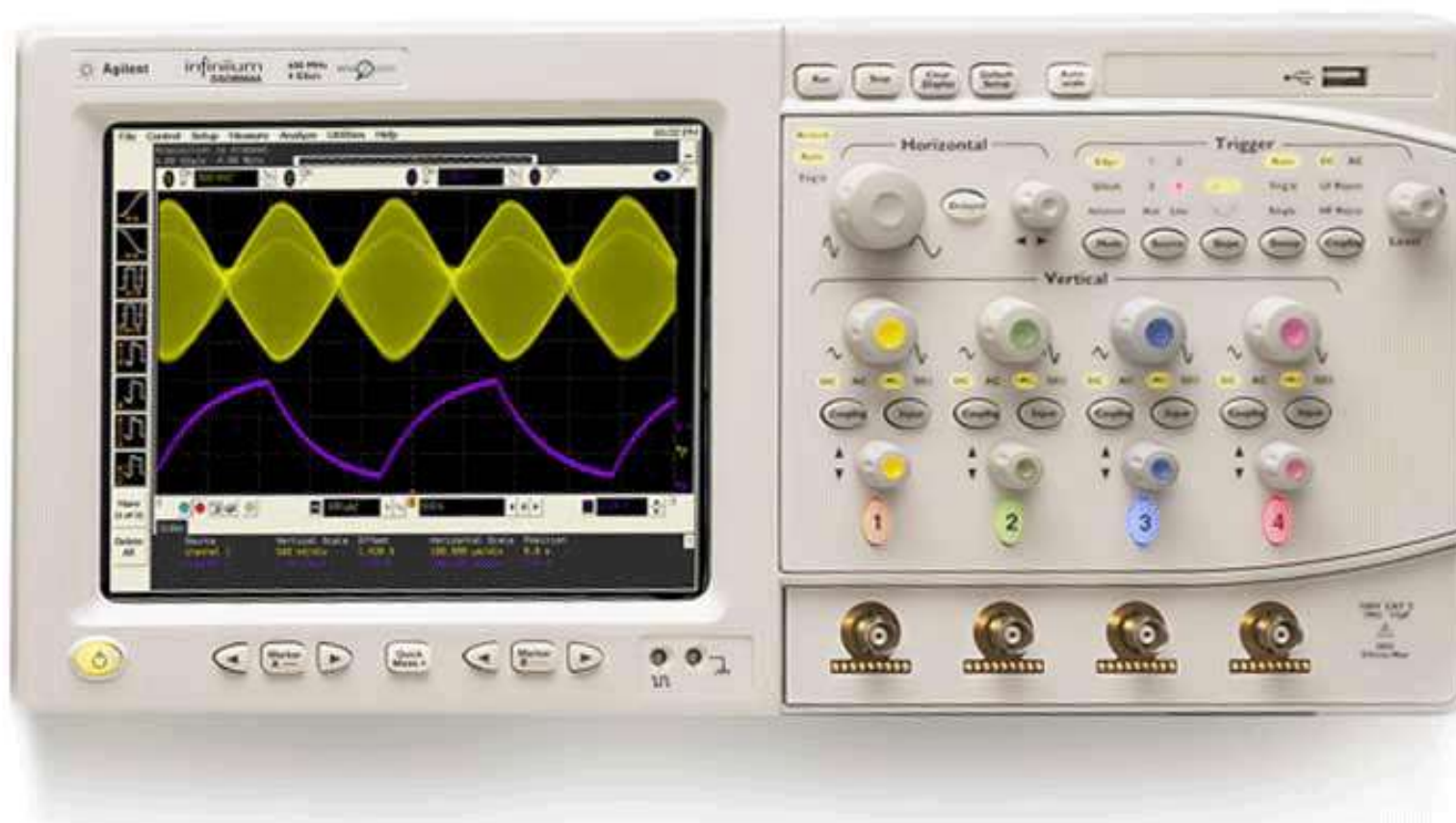
Аналогтық сигналдың динамикалық көрінісіне ұқсас өрнек

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - k]$$

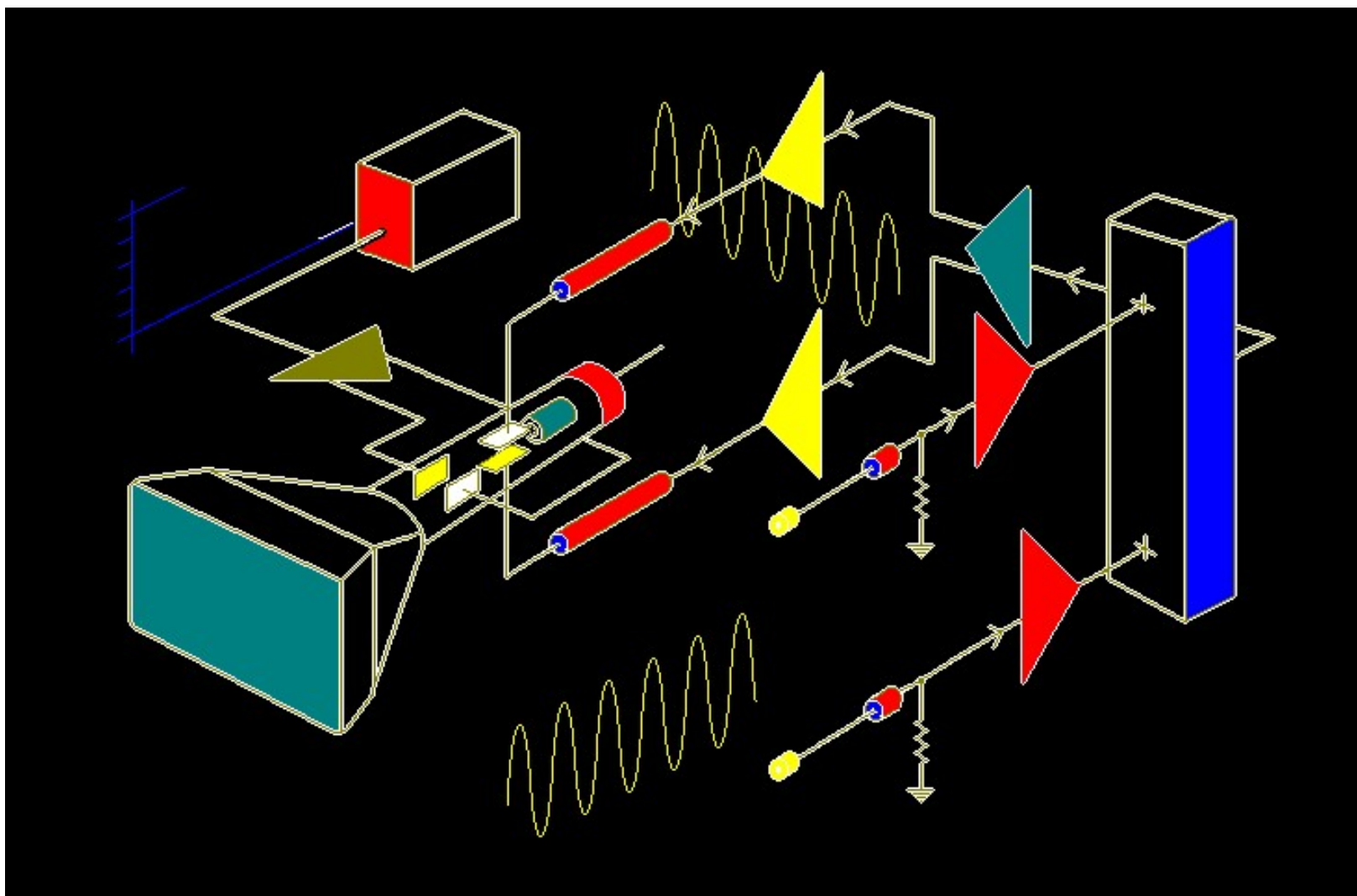
қадамдардың бүтін санына жылжыған дельта тізбегінің салмақты қосындысына сәйкес келеді

Қазіргі заманғы сигнал модельдері

Сигналдың оны сипаттайтын функцияның графигі түріндегі көрінісі түсінікті және таныс.



Осциллограф жұмыс істеу принципі

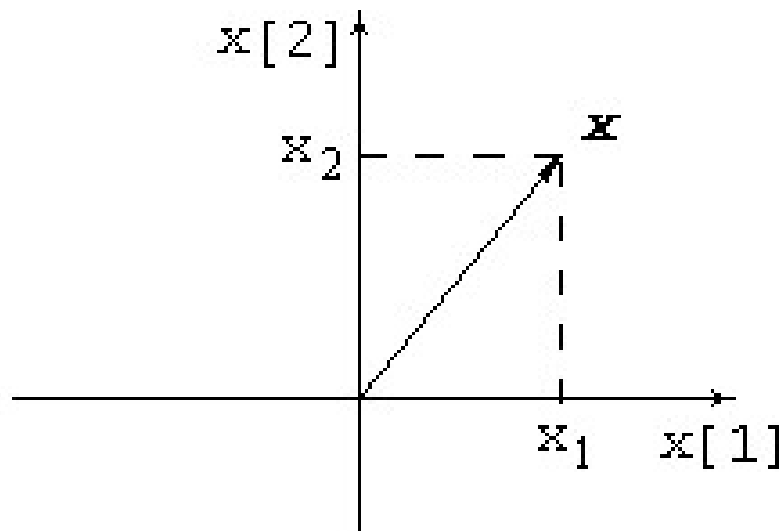


Сигналдарды векторлар ретінде көрсету

Мысалы, сәйкес келетін мәндерді қоспағанда, осы сигналдардың барлық мәндері (санақтары) нөлге тең болатын дискретті сигналдар жиынтығын қарастырайық.

$$n = 1 \quad \text{және} \quad n = 2$$

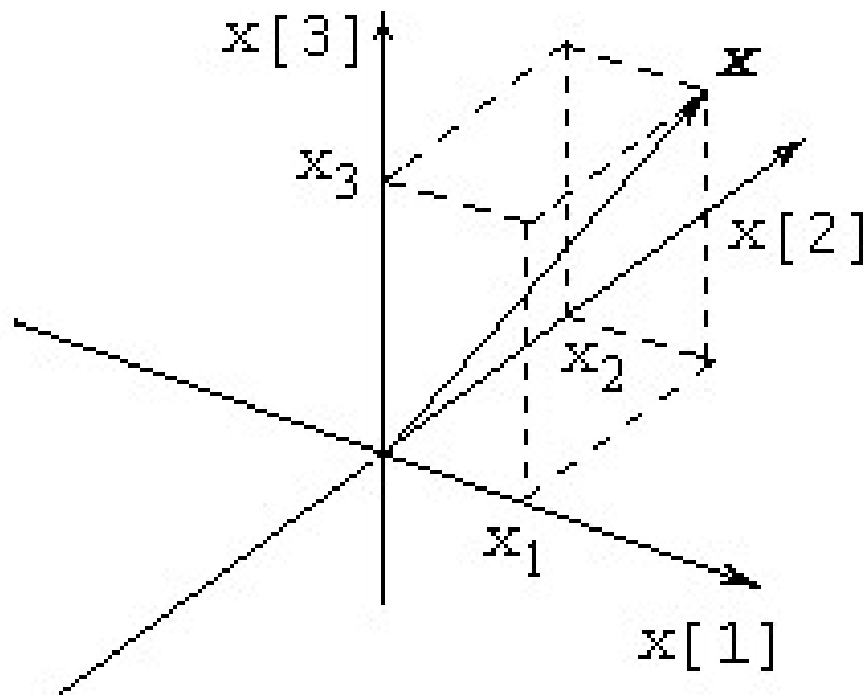
$$\text{Болсын } x[1] = x_1 \quad \text{және} \quad x[2] = x_2$$



Бұл жиынтықтан белгілі бір сигнал жазықтықтағы вектор болып табылады, ал барлық сигналдар жиыны жазықтықтағы нүктелер жиыны, яғни бүкіл жазықтық.

Сигналдарды векторлар ретінде көрсету

Уақыт бойынша үш нүктеге сәйкес келетін мәндерді қоспағанда, осы сигналдардың барлық мәндері (саналары) нөлге тең болатын дискретті сигналдар жиынтығы үшін



Бұл жиынның белгілі бір сигналы 3 өлшемді кеңістіктегі вектор, ал барлық сигналдар жиыны үш өлшемді евклидік кеңістік болып табылады.

СЫЗЫҚТЫ КЕҢІСТІК

Сызықтық кеңістік дегеніміз келесі аксиомаларды қанағаттандыратын объектілердің (векторлардың) жиынтығы:

А. Қосу операциясы анықталған, жиын қосуға қатысты тұйық:

$$\forall x \in M \quad \forall y \in M : (x + y) \in M$$

а1. ассоциативтілік $\forall x, y, z \in M : x + (y + z) = (x + y) + z$

а2. нөлдік вектордың болуы

$$\exists \vec{0} \in M : \forall x \in M : x + \vec{0} = x$$

а3. қарсы элементтің болуы

$$\forall x \in M \quad \exists (-x) \in M : x + (-x) = \vec{0}$$

а4. коммутативтілік $\forall x, y \in M : x + y = y + x$

Б. скалярға көбейту анықталған:

F

$$\forall x \in M \quad \forall \alpha \in F : \alpha x \in M$$

көбейту бойынша
тұйықталуы

б1. ассоциативтілік

$$\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x = \alpha\beta x \quad \forall x \in M \quad \forall \alpha, \beta \in F$$

б2. бірлік элементтің болуы

$$\exists 1 \in F : \forall x \in M : 1x = x$$

б3. дистрибутивтілік

$$\begin{cases} \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y & \forall x, y \in M \quad \forall \alpha \in F, \\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x & \forall x \in M \quad \forall \alpha, \beta \in F. \end{cases}$$

Бұл аксиомалардың барлығы аналогты да, дискретті де – нақты және күрделі сигналдар үшін дұрыс. Сондықтан сигналдарды векторлар және векторлар деп атауға болады.



Бақылау сұрақтары

1. Тәуелсіз айнымалысының түрі бойынша сигналдардың жіктелуі
2. Сигнал классификациясын келтіріңіз
3. Гармоникалық тербеліс
4. Хэвисайд қосылу функциясы
5. Дирак Дельта-функциясы
6. Хэвисайд функциясы мен Дирак дельта функциясы арасындағы байланыс
7. Сигналдардың динамикалық көрінісі
8. Сигналдарды векторлар ретінде көрсету
9. Сызықты кеңістік қасиеттері
10. Периодты сигналдар